

Pierre Cartier

**Ein Land, von dem man außer  
dem Namen nichts weiß:  
Grothendieck und »Motive«**

## Über das Buch

Dieses Buch handelt von Alexandre Grothendieck, einem bedeutenden Mathematiker des 20. Jahrhunderts und Fieldsmedaillist. Dieses Jahrhundert war mit Cantors Mengenlehre von einem richtigen Neuanfang mit großer Systematik sowie ganz neuen Gebieten geprägt. Dazu gehörten auch die vielen Erfolge der französischen Mathematik, und ganz besonders Grothendiecks. Er arbeitete auf dem Gebiet der Funktionalanalysis, begründete die algebraische Geometrie mit, führte wichtige Begriffe wie Schemata und Motive ein und erarbeitete die Étale Kohomologie und ihre Methoden. Mit diesen, seinen und André Weils geometrischen Methoden wurde das Rüstzeug für den Beweis des Großen Fermatschen Satzes geschaffen. Er begründete die Kohomologie für Garben und schuf ebenso das Werkzeug für die Weil-Vermutungen.

Pierre Cartier ordnet Grothendiecks mathematische Ergebnisse, Ziele und Methoden sowohl in die politische Geschichte europäischer Linker und Juden als auch in die Geschichte der französischen Mathematik und auch in seine familiäre Biografie ein. Cartier schildert nicht nur sein bewegendes und dramatisches Leben, sondern sucht nach dem Schlüssel für Grothendiecks Abkehr von der Wissenschaft.

Ein persönliches Buch von einem großen Mathematiker über ein Genie. Dabei werden auch die mathematischen Inhalte Grothendiecks besprochen. Leser und Leserinnen mit mathematischem Wissen und Freude an verallgemeinerten algebraischen Theorien können stärker davon profitieren als andere.

Ein Land, von dem man außer  
dem Namen nichts weiß:  
Grothendieck und »Motive«



# Inhaltsverzeichnis

Einleitung	II
Die Geburt des mathematischen Werks	2I
Biografische Elemente	5I
Autopsie seines Werkes	83
Anatomie eines Autors	129
Anstelle eines Abschlusses	14I
Impressum	144



*In Erinnerung an Monique Cartier (1932-2007)*





# Einleitung

Es erübrigt sich, Alexandre Grothendieck<sup>1</sup> Mathematikern vorzustellen; er ist bekannt als einer der größten Wissenschaftler des 20. Jahrhunderts. Für andere Auditorien muss allerdings erklärt werden, dass Grothendieck vielmehr als sein ziemlich beißender Ruf ist, der eines Mannes im Stadium des Abbruchs, der so etwas begehrt, was man als Selbstmord seiner Arbeit bezeichnen könnte, oder auf jeden Fall die bewusste Zerstörung der wissenschaftlichen Schule, die er begründet hat. Was ich hier diskutieren möchte, sind die Interaktionen zwischen seiner wissenschaftlichen Arbeit und seiner außergewöhnlichen Persönlichkeit. Grothendiecks Geschichte ist nicht unbedingt einzigartig in der Geschichte der Wissenschaft, man denke zum Beispiel nur an Ludwig Boltzmann.<sup>2</sup> Aber da gibt es grundlegende Unterschiede: Boltzmanns Arbeit wurde von der

II

1 Grothendieck, der bei seiner Geburt den Namen »Alexander« bekam, hat sich selbst später für die französische Schreibweise »Alexandre« entschieden.

2 Ludwig Boltzmann (1844-1906) war österreichischer Physiker.

wissenschaftlichen Gesellschaft seiner Zeit abgelehnt und blieb unbeachtet bis nach seinem Tode. Im Gegensatz dazu wurde Grothendiecks wissenschaftliche Arbeit sofort und enthusiastisch angenommen, trotz ihrer innovativen Natur, und sie wurde von erstklassigen Mitarbeitern weitergeführt und weiterentwickelt. Der Weg, den Grothendieck ging, erscheint mir anders. Eine unter dem Eindruck von Naziverbrechen zutiefst zerstörte Kindheit, ein fehlender Vater, der bald in den Wirren der Zeit zugrunde ging, eine Mutter, die ihren Sohn in Leibeigenschaft hielt und unaufhörlich seine Beziehungen zu anderen Frauen beeinflusste. All das wurde kompensiert durch eine ungebremste Investition in mathematische Abstraktion – bis eine Psychose nicht länger aufgehalten werden konnte und dazu führte, dass er in Todesangst geriet, sowohl vor seinem eigenen Tod als auch dem der Welt.

Die Geschichte von Georg Cantor<sup>3</sup> kommt dazwischen. Sie ist auf wunderbare Weise von Nathalie

---

3 Georg Cantor (1845-1918) war deutscher Mathematiker.

Charraud<sup>4</sup> analysiert worden. Nachdem er mit heftiger Opposition gegenüber seinen Ideen konfrontiert worden war, half ihm die Unterstützung großer Mathematiker wie zum Beispiel Dedekind<sup>5</sup> und Hilbert,<sup>6</sup> eine Verherrlichung auf dem Internationalen Mathematikerkongress<sup>7</sup> 1900 in Paris zu erfahren. Die französische Schule der Analysis von Poincaré<sup>8</sup> bis Borel<sup>9</sup>, Baire<sup>10</sup> und Lebesgue<sup>11</sup> wandte sich mit großem Enthusiasmus zu Cantors Ideen hin. Cantors endgültiger mentaler Zusammenbruch könnte vielleicht dem »Nobel-Syndrom« geschuldet sein, ein Begriff, unter dem ich einen Typus von Depression verstehe, der bei

13

---

4 Nathalie Charraud: *Infini et Inconscient – Essai sur Georg Cantor*, Economica (1994).

5 Richard Dedekind (1831-1916) war deutscher Mathematiker.

6 David Hilbert (1862-1943) war deutscher Mathematiker.

7 Dies ist die offizielle Bezeichnung des Mathematikweltkongresses, der alle 4 Jahre stattfindet. Zusatzbemerkung: Beachte den Wechsel von Mathematik zu Mathematiker im Titel.

8 Jules Henri Poincaré (1854-1912) war französischer Mathematiker, theoretischer Physiker und Astronom.

9 Félix Édouard Justin Émile Borel (1871-1956) war französischer Mathematiker und Politiker.

10 René Louis Baire (1874-1932) war französischer Mathematiker.

11 Henri Léon Lebesgue (1875-1941) war französischer Mathematiker.

bestimmten Nobelpreisträgern beobachtet worden ist. Sie waren unfähig, sich ihrer eigenen Individualität zu stellen und dem Leben, das noch vor ihnen lag, besonders, wenn der Preis ihnen in jungen Jahren zuerkannt wurde. Und als die weltberühmte öffentliche Figur, die sie jetzt waren, fürchteten sie, dass sie schon alles gegeben haben, schon das Beste von sich selbst, und niemals in der Lage sein würden, je wieder die gleiche Höhe zu erreichen. Da klingt eine Selbstverspottung in diesem Gefühl nach.

14 Die Typologie Grothendiecks ist unglaublich komplex. Genau wie Gauß,<sup>12</sup> Riemann<sup>13</sup> und so viele andere Mathematiker war er vornehmlich besessen von der Idee des Raumes. Aber Grothendiecks Originalität war es, die Idee vom geometrischen Punkt<sup>14</sup> zu vertiefen.

12 Carl Friedrich Gauß (1777-1855) war deutscher Mathematiker, Astronom und Physiker.

13 Bernhard Riemann (1826-1866) war deutscher Mathematiker.

14 Aus Anlass des 40. Jahrestages des IHÉS wurde eine *Festschrift* veröffentlicht, als eine Sonderausgabe von *Publications Mathématique*, die aber nur eine geringe Auflage hatte, mein Beitrag mit dem Titel *La folle journée* war eine Analyse des Gedankens des geometrischen Punkts, wo Grothendiecks Ideen weitgehend vorhanden sind. Eine englische Übersetzung erschien im *Bulletin of the AMS* (Oktober 2001).

So vergeblich eine solche Forschung auch erscheinen mag, so ist sie doch von erheblicher metaphysischer Bedeutung und die philosophischen Probleme, die mit ihr verbunden sind, sind noch lange nicht gelöst. Aber welche Art eigenster Sorgen, welche geheimen Ängste wird durch diese Besessenheit von dem Punkt angedeutet? Die letztendliche Form dieser Forschung, die, auf die Grothendieck am aller stolzesten war, war die, die das Konzept eines »Motivs« betraf. Gedacht als ein Lichtstrahl, der alle Erscheinungsformen eines gegebenen Objekts in seinen verschiedenen Gewändern erhellen und beleuchten konnte. Aber dies ist auch der Punkt, an dem seine Arbeit unvollendet blieb. Ein Traum eher als eine wirkliche mathematische Schöpfung – im Gegensatz zu allem andern, was ich im Folgenden an seiner mathematischen Arbeit beschreiben werde.

15

Und so öffnete sich seine Arbeit schließlich zu einem Abgrund hin. Aber Grothendiecks andere Originalität ist die, dass er das voll akzeptierte. Die meisten

Wissenschaftler sind bemüht, ihre Fußabdrücke im Sand zu verwischen und ihre Phantasien und Träume für sich zu behalten, um ihr eigenes inneres Denkmal zu errichten, wie es François Jacob<sup>15</sup> sagt. André Weil<sup>16</sup> war ein typisches Beispiel dafür, er hinterließ ein perfekt abgeschlossenes Produkt im klassischen Stil in zwei musikalischen Sätzen. Seine *Scientific Works*,<sup>17</sup> ausgezeichnet durch einen unwiderstehlichen *Kommentar*, von ihm selbst geschrieben, und einer faszinierenden, aber sorgfältig gefilterten Autobiografie *Lehr- und Wanderjahre eines Mathematikers* – in der die Wirkung von privater Abgeschlossenheit und Selbstzensur durch das Erscheinen einer glatten und sorgenfreien Geschichte verschleiert wird.

Grothendieck spielte bei einem anderen Spiel mit, näher an Rousseaus *Bekenntnissen*. Aus den Tiefen seines selbst auferlegten Rückzugs, der über zwei Jahr-

---

15 François Jacob (1920-2013) war französischer Mediziner. Nobel-Preis.

16 André Weil (1906-1998) war französischer Mathematiker, Mitgl. v. Bourbaki, Princeton IAS.

17 Gemeint sind hier *Œuvres Scientifiques, Collected Works*, 3 Bd. von 1979 (Anm. d. Übers.)

zehnte dauerte – es wäre unlauter, sie zu bewältigen zu versuchen – schickte er uns eine ungeheure auf Selbstbeobachtung gegründete Arbeit:<sup>18</sup> *Ernten und Säen*.<sup>19</sup> Ich werde mich dieses Bekenntnisses bedienen, um zu versuchen, einige der wichtigsten Aspekte seines Werkes zu klären. Aber wir wollen uns nicht selbst in die Irre leiten, Grothendieck offenbart sich in all seiner Nacktheit genauso, wie er vor sich selbst erscheint, aber es gibt bereits klare Anzeichen von Verfolgungswahn. Und nur eine genaue Analyse könnte all die zum Teil unbewussten Blockaden und das Verschwiegene aufdecken. Dass *Ernten und Säen* erschienen ist, ruft in den Augen einer gewissen Öffentlichkeit so etwas wie ungesunde Neugierde hervor, ähnlich wie die Hingabe an einen Guru oder an einen schimmernden Prinzen. Ich selbst ziehe es vor, mich an die Analyse des Werkes und der Biografie des Autors zu halten und dabei

18 Grothendieck war ein sehr enger Freund von mir und wir haben auch auf wissenschaftlicher Ebene zusammengearbeitet, aber ich habe ihn seit mehr als 20 Jahren nicht mehr gesehen. Er hat mir nur einen Auszug von *Ernten und Säen* zukommen lassen, für den fehlenden Teil habe ich mir eine Kopie aus der IHÉS-Bücherei besorgt.

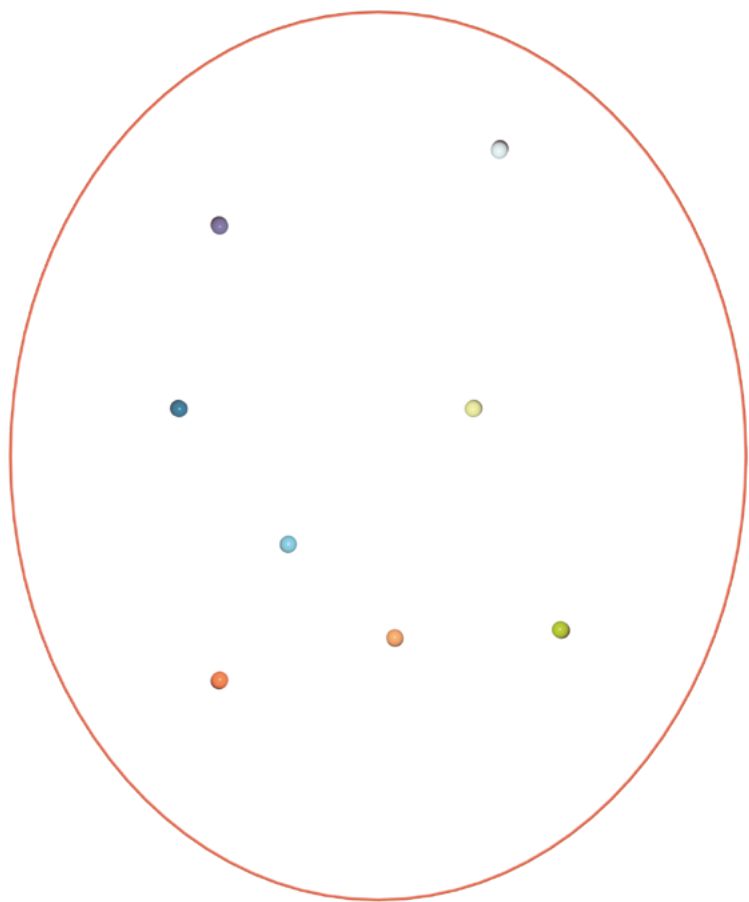
19 Récoltes et Semailles ~ im Original

so rational und ehrlich wie möglich zu bleiben, bevor ich zulasse, dass *Ernten und Säen* dieses absolut großartige Gesamtwerk von innen heraus ausleuchtet.

## Danksagungen

Wie immer – möchte ich zuerst meiner Frau Monique danken und meiner Tochter Marion dafür, dass sie mir geholfen haben, meinen Vortrag in Cerisy zu formulieren, für ihre Hilfe beim Tippen und ihr eingehendes Korrekturlesen. Ich muss auch Nathalie Charraud danken, meiner Verbündeten beim Eindringen auf fremdes Terrain, für ihre unermüdliche und beharrliche Mühe, meine Notizen zu veröffentlichen. Letztendlich herzlichen Dank auch dem gesamten Team in Cerisy-la-Salle für ihren wunderbaren Empfang, der weitgehend beigetragen hat, dass die Konferenz ein solcher Erfolg geworden ist.





# Impressum

Ein Land, von dem man außer dem Namen nichts weiß:  
Grothendieck und »Motive«. Die weltweit besten mathematischen Artikel im 21. Jahrhundert, Bd. 6, 1. Auflage, 2016.

## Originalversionen

Pierre Cartier: *Un pays dont on ne connaîtrait que le nom* (Grothendieck et les « motifs »). In Pierre Cartier; Nathalie Charraud: *Réel en mathématiques-psychanalyse et mathématiques*, Editions Agalma, Montréal, 2004.

Pierre Cartier: *A country of which nothing is known but the name: Grothendieck and „motives“*. In: Leila Schneps (Hrsg.): *Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait*. International Press of Boston, Boston, 2014. S. 269-298.

## Urheberrechte

Für den Text: © Pierre Cartier.

144

Für diese Ausgabe: © e-enterprise, Verlag für Wissenschaft, Kultur und Fotografie, Horstweg 69, 32657 Lemgo, [www.e-enterprise.de](http://www.e-enterprise.de)

## Übersetzung

Martin Franke und Marietta Ehret

## Illustrationen

Coverbild, S. 50, 65, 94, 99, 110, 128, 132, 136, 140: Sylvia Graupner; S. 20, 26, 29, 30/31, 32/33, 38, 43, 89, 100/101, 112, 114, 116, 122: Marietta Ehret.

## Coverdesign

Steffi Kassler & Sylvia Graupner

Alle Bilder und Texte sind urheberrechtlich geschützt. Vervielfältigung, Kopie oder Speicherung sind ohne schriftliche Erlaubnis nicht gestattet.

Druck und Bindung  
INTERPRESS, Budapest

ISBN 978-3-945059-31-9

ISBN 978-3-945059-32-6 als E-Book